

## دانشجویان محترم درس جبر خطی

بنا بر نظر خواهی بعمل آمده بیش از ۸۰ درصد خواهان انجام پروژه بوده اند لذا پروژه زیر که در سه بخش می باشد می بایست تا ساعت ۲۴ روز جمعه مورخ ۹۷/۱۱/۵ نتایج را در کتابخانه شخصی خود بارگذاری نمایید و

برای روز ششم بهمن ساعت ۹ تا ۱۲ دانشجویان یاد شده جداگانه برای توضیح کار انجام شده در سایت کامپیوتر مراجعه نمایند:

آقایان احمدی و احمدی قاسم و پور بصیر و خسروی و رضانی و صادقی و طاهری و خانمها جاوید و حنایی و خانزاده

و برای روز هفتم بهمن ساعت ۹ تا ۱۲ آقایان سلطانی و علیان نژادی و محمد دوست و موسویان و همتی و خانمها علی نیا و قاضی زاده

قابل ذکر است به این پروژه سه نمره تعلق می گیرد انجام صحیح پروژه نیم نمره و توضیح کامل حضوری ۲/۵ نمره تعلق می گیرد

دانشجویانی که بهر دلیل نمی توانند در روز های یاد شده مراجعه نمایند می توانند زودتر پروژه را بارگذاری کرده و برای ارایه در هفته آتی به اینجانب مراجعه نمایند

## کاربرد بردارهای ویژه در رتبه بندی داده ها

جدول نتایج مسابقات ده تیم ورزشی را در نظر بگیرید، می خواهیم لیست تیم های برتر مسابقات را بدست آوریم. در هر یک از خانه های جدول نام تیم برنده نوشته شده است و در صورت تساوی از لغت مساوی استفاده شده است.

	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>
T <sub>1</sub>	×	مساوی	T <sub>1</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	مساوی	T <sub>7</sub>	T <sub>1</sub>	مساوی	T <sub>10</sub>
T <sub>2</sub>	مساوی	×	T <sub>3</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>
T <sub>3</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>3</sub>	×	مساوی	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	مساوی	T <sub>3</sub>	T <sub>9</sub>	مساوی
T <sub>4</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>2</sub>	مساوی	×	T <sub>4</sub>	مساوی	T <sub>7</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>4</sub>
T <sub>5</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>4</sub>	×	T <sub>6</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>8</sub>	مساوی	T <sub>5</sub>
T <sub>6</sub>	مساوی	T <sub>2</sub>	T <sub>6</sub>	مساوی	T <sub>6</sub>	×	T <sub>7</sub>	مساوی	T <sub>6</sub>	T <sub>10</sub>
T <sub>7</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>2</sub>	مساوی	T <sub>7</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>7</sub>	×	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>7</sub>
T <sub>8</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>8</sub>	مساوی	T <sub>8</sub>	×	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>
T <sub>9</sub>	مساوی	T <sub>9</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>9</sub>	مساوی	T <sub>6</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>9</sub>	×	T <sub>10</sub>
T <sub>10</sub>	T <sub>10</sub>	T <sub>10</sub>	مساوی	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>10</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>10</sub>	T <sub>10</sub>	×

اگر درجه برتری تیم  $i$ ام ( $i = 1, \dots, 10$ ) را با متغیر  $x_i$  بیان کنیم،  $x_i$  متناسب خواهد بود با مجموع درجات برتری تیم هایی که توسط تیم  $i$ ام شکست داده شده است،

$$x_1 = k(x_3 + x_8)$$

$$x_2 = k(x_4 + x_6 + x_7)$$

$$\vdots$$

$$x_{10} = k(x_1 + x_2 + x_6 + x_8 + x_9)$$

حال می توان این معادلات را بصورت معادلات ماتریس زیر نمایش داد،

$$\mathbf{x} = kA\mathbf{x} \quad , \quad x_i = k \sum_{j=1}^{10} a_{ij} x_j$$

که در آن،  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{10}]^T$  بوده و ماتریس  $A$  یک ماتریس  $10 \times 10$  است. لذا اگر تیم  $i$ ام تیم  $j$ ام را برده باشد، عنصر  $a_{ij}$  برابر با یک است، در غیر اینصورت برابر صفر خواهد بود. همان طور که مشخص است این مسئله یک مسئله مقدار ویژه-بردار ویژه است و بردار  $\mathbf{x}$  که بیانگر درجه برتری تیم ها می باشد یک بردار ویژه برای ماتریس  $A$  است.

۱- با استفاده از جدول بالا ماتریس  $A$  را بدست آورید.

۲- با استفاده از نرم افزار MATLAB بردار های ویژه ماتریس  $A$  را بدست آورده و برداری را که قدر مطلق تمامی عناصر آن مثبت است را انتخاب کنید. بزرگترین عنصر در این بردار نشان دهنده برترین تیم است و به همین ترتیب اولویت های بعدی بدست می آیند.

۳- ده تیم برتر مسابقات را به ترتیب اولویت بیان کنید. آیا هوشمندی خاصی در نحوه رتبه بندی مشاهده می کنید؟

بخش دوم :

### کاربرد مقادیر منفرد در پردازش سیگنال

در مثال صفحه ۷-۱۸ صفحه ۴۴۵ فصل هفتم سیگنال اصلی بدون نویز و سیگنال نویزی داده شده است. متن برنامه متلب برای پردازش چنین سیگنالهایی داده شده است. متن برنامه را خط به خط تشریح نمایید. این دستورات چه انجام می دهند و نتایج را عکسبرداری کنید. با اشاره به شکل ۵-۲ می دانیم که :

```
برای ایجاد چنین سیگنال هایی در نرم افزار MATLAB از دستور زیر استفاده می نمایم،
t = linspace(0,10,100);
x = sawtooth(2.5*t);
xn = x + 0.1*randn(size(x));
figure(1)
subplot(211),plot(t,x)
grid on,title('Clean Signal'),ylabel('x')
subplot(212),plot(t,xn)
grid on,title('Noisy Signal'),xlabel('time'),ylabel('xn')
ابتدا هر یک از سیگنال ها را بصورت یک ماتریس 10×10 نمایش می دهیم، سپس مقادیر منفرد هر
یک از ماتریس ها را بدست آورده مقایسه می کنیم،
Ax = zeros(10,10);
Axn = zeros(10,10);
j = 1;
for i = 1:10:100
    Ax(:,j) = x(:,i:i+9)';
    Axn(:,j) = xn(:,i:i+9)';
    j = j+1;
end
clean_sv = svd(Ax)
noisy_sv = svd(Axn)
```

برنامه را بصورت زیر ادامه می دهیم،

```
[Un,Sn,Vn] = svd(Axn);
Axn1 = Un(:,1:3)*Sn(1:3,1:3)*Vn(:,1:3)';
xn1 = Axn1(:);
figure(2)
subplot(211),plot(t,xn1),
grid on,title('Enhanced Signal'),xlabel('time'),ylabel('xn1')
```

الف) طیف رنگی  $X = 1:64$  را اجرا دستور  $image(X)$  جهت تنظیم و مشاهده (عکس برگردید)

ب) مقادیر درایه هر ماتریس یک به ابعاد  $19 \times 20$  را بصورت زیر تغییر دهید  
 ۹۲، ۹۰، ۸۹، ۸۵، ۸۴، ۷۳، ۷۱، ۶۸، ۶۶، ۵۲، ۴۷

۹۵، ۱۰۳، ۱۰۶، ۱۰۸، ۱۱۱، ۱۱۳، ۱۱۶، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۸

۱۳۱، ۱۳۳، ۱۳۶، ۲۵۰، ۲۶۵، ۳۰۰ را به ۴۰ تغییر دهید

ج) طیف رنگی A را حذف کنید

د) با توجه به مقادیر منفرد ماتریس A رتبه ماتریس A چه قدر است

ه) با توجه به مقادیر بدست آمده یک تقریب بر رتبه پایین مناسب برای ماتریس A بدست آورید خطای تقریب چند است

و) طیف رنگی ماتریس جدید را حذف کنید

ز) با بصورت رتبه ماتریس B  $300 \times 200$  ایجاد کنید و برای رنگی کردن (رنگ) طیف رنگی آن  $B1 = 100 \times B$  با زید حال طیف رنگی آنرا ببینید

مقادیر منفرد ماتریس را ببینید و رتبه ماتریس B چیست آیا بدان آنرا تقریب زد یا به اصطلاح فشرده نمود